

LXV олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 30 ноября 2017 года
VIII класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В одной семье мама, папа и трое детей, причем у всех членов семьи день рождения в один день. Когда в семье родился первый ребенок, сумма возрастов членов семьи была 45 лет. Третий ребенок родился год назад, и сумма возрастов членов семьи была тогда 70 лет. Сейчас сумма возрастов детей равна 14 лет. Сколько лет детям этой семьи сейчас?
2. Имеются пять различных натуральных чисел, сумма которых равна 29. Известно, что среди этих пяти чисел найдутся два числа, произведение которых равно 10 и среди этих же пяти чисел найдутся некоторые три числа, произведение которых равно 16. Найди все возможные пятерки чисел. Поясни, почему других возможностей нет.
3. Расстояние по шоссе между городами Тарну и Паллинн равно 90 км. В 7.30 Юхан выехал по шоссе на велосипеде из Тарну в Паллинн со скоростью 20 км/ч. В 8.00 Оскар выехал на велосипеде из Паллинна в Тарну по той же дороге со скоростью 10 км/ч. В какое время расстояние по шоссе между Оскаром и Юханом будет 30 км?
4. В авторемонтной мастерской сейчас находится 99 автомобилей. Каждый месяц 20-го числа эта мастерская или продает 7 отремонтированных автомобилей и покупает вместо них 16 автомобилей, требующих ремонта, или сдает на металлолом 19 автомобилей и покупает вместо них 4 автомобиля, требующих ремонта. В другие дни операции с автомобилями не производятся. Возможно ли, что через некоторое время найдется месяц, в который 21-го числа в этой мастерской окажется 2017 автомобилей? Если да, то покажи, как это произошло, если же нет, то объясни, почему это невозможно.
5. Длинная сторона прямоугольника является стороной большого квадрата, а короткая сторона прямоугольника является стороной маленького квадрата (см.рисунок). Периметр всей таким образом полученной фигуры равен 240 см. Сумма площадей маленького квадрата и прямоугольника равна 1140 см^2 . Найди площадь большого квадрата.

